

Cinématique

TRANSLATION

• **Distance :** x [m]

• **Vitesse :** $v = \frac{dx}{dt}$ [m/s]

• **Accélération :** $a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2}$ [m/s²]

• **Mouvement uniforme :**

$$x = v.t$$

$$v = c^{te}$$

$$a = 0$$

• **Mouvement uniformément accéléré**

(ou freinage uniforme, de v à v_0 m/s)

$$x = \frac{1}{2} a.t^2 + v_0 t$$

$$v = a.t + v_0$$

$$a = c^{te}$$

accélération ou décélération :

$$a = \frac{v - v_0}{t} = 2 \frac{x - v_0 t}{t^2} = \frac{v^2 - v_0^2}{2x}$$

temps d'accélération ou de freinage :

$$t = \frac{v - v_0}{a} = \frac{2x}{v + v_0} = -\frac{v_0}{a} + \sqrt{\left(\frac{v_0}{a}\right)^2 + \frac{2x}{a}}$$

distance d'accélération ou de freinage :

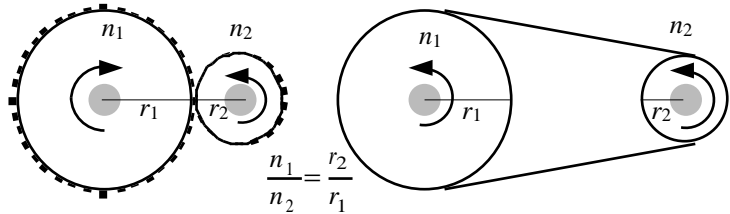
$$x = \frac{1}{2} a.t^2 + v_0 t = \frac{1}{2} (v + v_0).t = \frac{1}{2} \frac{v^2 - v_0^2}{a}$$

ROTATION (rayon r)

• **Angle :** $\theta = \frac{x}{r}$ [rad]

• **Vitesse angulaire :** $\Omega = \frac{d\theta}{dt}$ [rad/s]

$$\Omega = 2\pi n = \frac{2\pi}{60} N \text{ avec } n \text{ [tour/s] et } N \text{ [tour/mn]}$$



• **Accélération angulaire :** $\theta'' = \frac{d\Omega}{dt} = \frac{d^2\theta}{dt^2}$ [rad/s²]

$$\theta = \Omega.t$$

$$\Omega = c^{te}$$

$$\theta'' = 0$$

$$\theta = \frac{1}{2} \theta''.t^2 + \Omega_0 t$$

$$\Omega = \theta''.t + \Omega_0$$

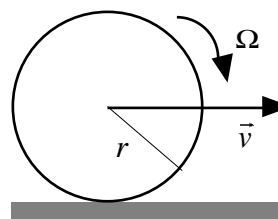
$$\theta'' = c^{te}$$

Cas d'une roue : relation entre mouvements rectiligne et circulaire

$$x = r.\theta$$

$$v = r.\Omega = 2\pi.r.n = \frac{2\pi}{60} r.N$$

$$a = r.\theta''$$



Dynamique

TRANSLATION

ROTATION

• Masse :	M	[kg]	• Moment d'inertie : J		[kg.m²]
			Roue creuse	$J = M.r^2$	
			Roue pleine	$J = \frac{M.r^2}{2}$	
			Réducteur	$\frac{J_2}{J_1} = \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2 = \left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2$	
• Force :	$F = M.a$	[N]	• Couple :	$C = J.\theta'$	[Nm]
Poids :	$P = M.g$		Poulie :	$C = F.r$	
• Travail :	$W = F.x$	[J]	• Travail :	$W = C.\theta$	[J]
• Énergie cinétique :	$E = \frac{1}{2} M v^2$		• Énergie cinétique :	$E = \frac{1}{2} J \Omega^2$	
• Énergie potentielle :	$E = M.g.h$				
• Puissance :	$P = \frac{dW}{dt} = F.v$	[W]	• Puissance :	$P = \frac{dW}{dt} = C.\Omega$	[W]

Cas d'un mouvement uniformément accéléré (ou freinage de v à 0) :

Travail d'acc. ou de freinage : $W = M.a.x$

Puissance d'acc. ou de freinage : $P = M.a.v$

RÉSISTANCES À L'AVANCEMENT

• Résistance dûe à la pente

Traction : $F_p = M.g.\sin\alpha$

Pente [%] = $(\tan\alpha).100\% = \left(\frac{h}{d}\right)100\%$

• Résistance au roulement (frottements secs) :

Réaction du sol : $R_n = M.g.\cos\alpha$

Force résistante : $F_r = f.R_n$
 f : Coefficient de frottement

• Résistance de l'air (frottements visqueux) :

Section efficace : $A = 0,9.H.L$
 H : hauteur du véhicule
 L : largeur
 $H.L$: surface avant du véhicule

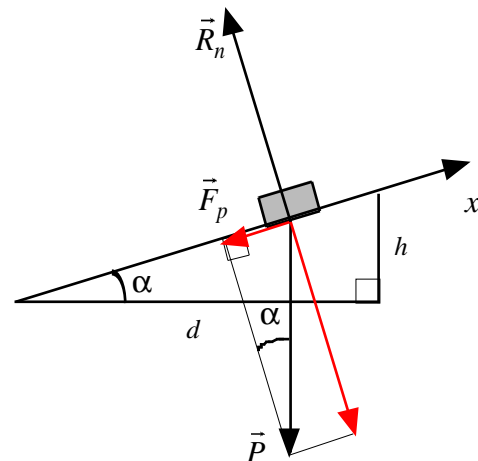
Force résistante : $F_a = \frac{1}{2}\rho.C_x.A.(v+v_v)^2$

ρ (masse volumique de l'air) = 1,202 kg.m⁻³ (alt. 200m)

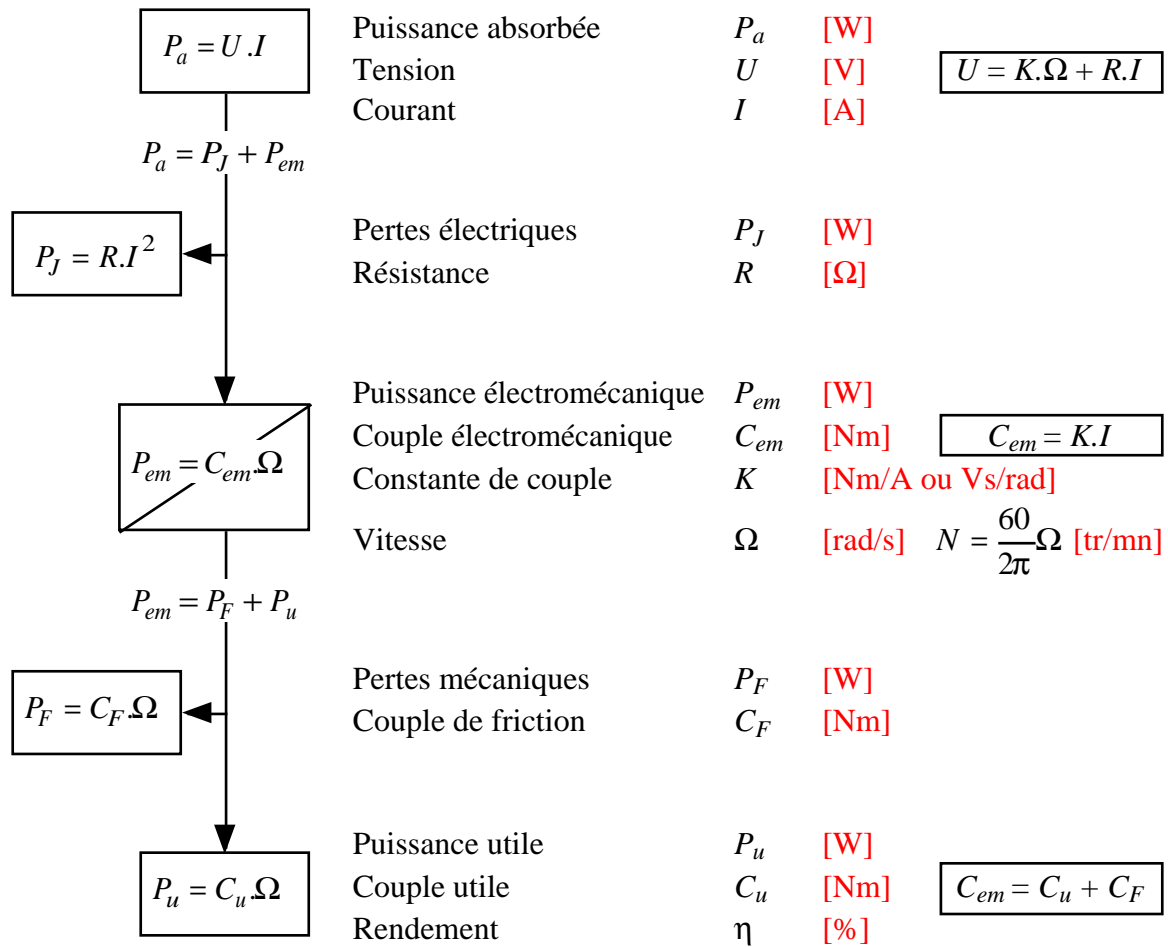
v : vitesse du véhicule

v_v : vitesse du vent (> 0 ou < 0)

C_x : coefficient de pénétration dans l'air



Conversion électromécanique

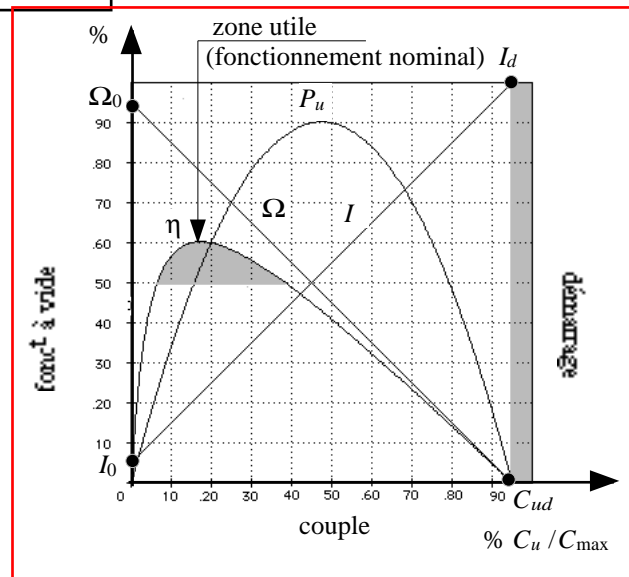


Valeurs particulières	à vide	au démarrage
<i>courant</i>	$I_0 = \frac{C_f}{K}$	$I_d = \frac{U}{R}$
<i>vitesse</i>	Ω_0	0
<i>couple utile</i>	0	$C_{ud} = K(I_d - I_0)$

Valeurs maximales
$P_{u\max} \approx \frac{U^2}{4R}$
$\eta_{\max} = \left(1 - \sqrt{\frac{I_0}{I_d}}\right)^2$

Graphes en fonction de :

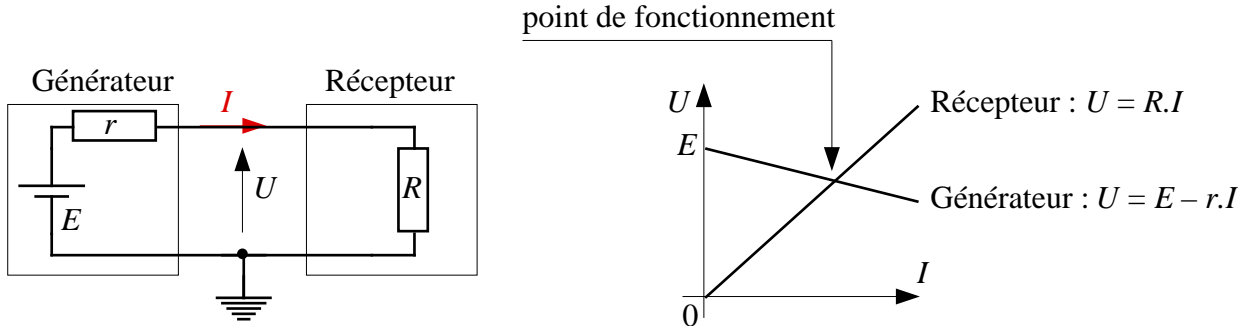
C_u	Ω
$I = \frac{C_u}{K} + I_0$	$I = -\frac{K}{R}\Omega + I_d$
$\Omega = \frac{U}{K} \left(1 - \frac{I}{I_d}\right)$	$C_u = K(I - I_0)$
$P_u = C_u \cdot \Omega$	$P_u = C_u \cdot \Omega$
$\eta = \frac{P_u}{P_a}$	$\eta = \frac{P_u}{P_a}$



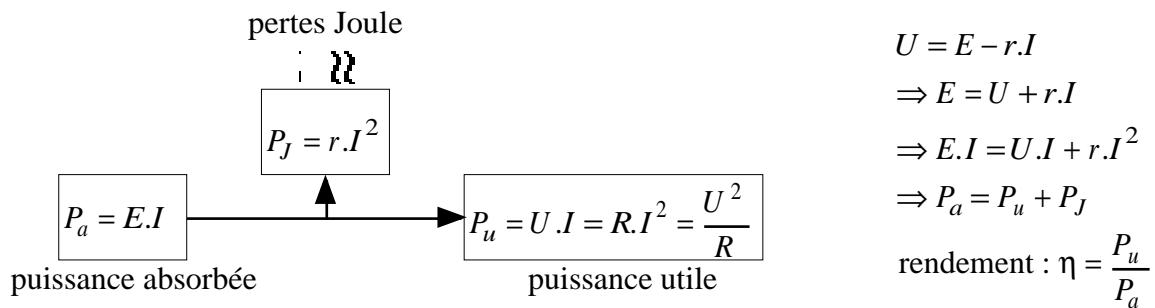
Electricité en courant continu

Système {Générateur + Récepteur} (en courant continu)

- Point de fonctionnement du système :



- Bilan des puissances :



- Énergie, Puissance & Quantité d'électricité :

Puissance : $P = \frac{dW}{dt} \Rightarrow$ en moyenne, énergie $W = P.t = U.I.t$

[Joule : J ; 1Wh = 3600 J ; 1kWh = 3,6.10⁶ J]

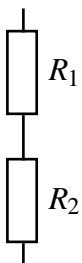
Quantité d'électricité : $I = \frac{dQ}{dt} \Rightarrow$ en moyenne, quantité d'électricité $Q = I.t$

[Coulomb : C ; 1Ah = 3600 C]

Schémas usuels (récepteurs)

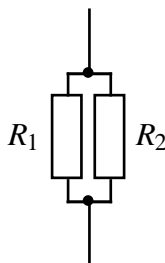
montage série

$$R = R_1 + R_2$$



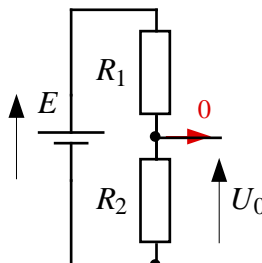
montage parallèle

$$R = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$



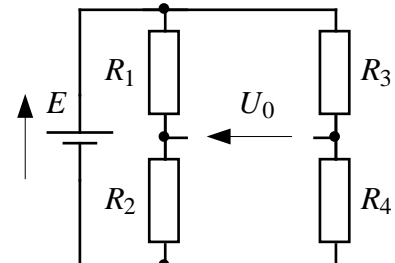
montage potentiométrique

$$U_0 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} E \quad (\text{à vide})$$



montage en pont

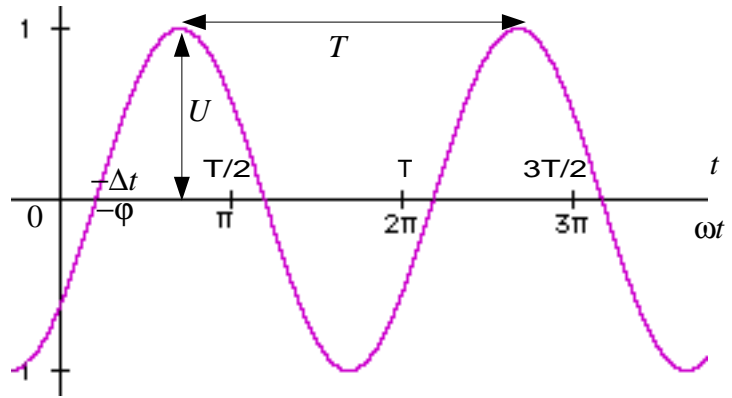
$$U_0 = 0 \Leftrightarrow R_1 \cdot R_4 = R_2 \cdot R_3 \quad (\text{à vide})$$



Electricité en courant alternatif

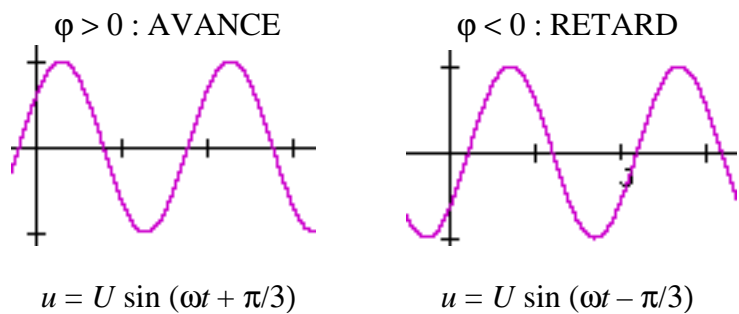
• **Représentation analytique :** $u(t) = U_{\text{eff}} \sqrt{2} \sin(\omega t + \varphi) = U_{\text{eff}} \sqrt{2} \sin(\omega(t + \Delta t))$

- U_{eff} valeur efficace [V]
- $U = U_{\text{eff}} \sqrt{2}$ amplitude [V]
- T : période [s]
- f : fréquence [Hz]
- $\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$: pulsation [rad/s]
- φ : phase [° ou rad]
- $\Delta t = \frac{\varphi}{\omega}$: décalage horaire [s]



Loi d'Ohm :

- résistance : $U_{\text{eff}} = R \cdot I_{\text{eff}}$
- bobine : $U_{\text{eff}} = L \cdot \omega \cdot I_{\text{eff}}$
- condensateur : $U_{\text{eff}} = \frac{I_{\text{eff}}}{C \cdot \omega}$



• **Régime alternatif monophasé**

régime sinusoïdal

pur :

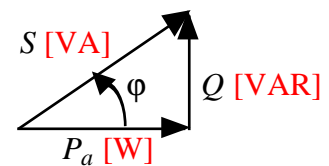
Valeur moyenne ou composante continue (DC) $\langle U \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T u(t) \cdot dt = 0$

Valeur efficace vraie (RMS ou AC+DC) $U_{\text{eff}} = \sqrt{\langle u^2 \rangle} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T u^2(t) \cdot dt} = \frac{U}{\sqrt{2}}$

Puissance active $P_a = \langle u \cdot i \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T u(t) \cdot i(t) \cdot dt = U_{\text{eff}} \cdot I_{\text{eff}} \cdot \cos \varphi$

Puissance apparente

$S = U_{\text{eff}} \cdot I_{\text{eff}}$
 $S^2 = P_a^2 + Q^2$



Facteur de puissance

$F = \frac{P_a}{S} = \cos \varphi$

• **Régime alternatif triphasé**

- $U_1 = U_{\text{eff}} \sqrt{2} \sin(\omega t)$
- $U_2 = U_{\text{eff}} \sqrt{2} \sin\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right)$
- $U_3 = U_{\text{eff}} \sqrt{2} \sin\left(\omega t + \frac{4\pi}{3}\right)$
- $P_a = \sqrt{3} U_{\text{eff}} \cdot I_{\text{eff}} \cdot \cos \varphi$

